COBEM 99
XV Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica
15th Brazilian Congress of Mechanical Engineering
22 - 26 de Novembro de 1999 / November 22 - 26, 1999 Águas de Lindóia, São Paulo,

ACOPLAMENTO DAS DINÂMICAS VERTICAL E LATERAL DE UM VEÍCULO TERRESTRE ATRAVÉS DO FLUXO DE POTÊNCIA

Felipe Tavares de Vilhena Brandão
Iberdrola Consultoria e Serviços do Brasil Ltda
Rua da Candelária, 65, 22º andar, Centro - CEP 20091-020 – Rio de Janeiro – RJ
Mauro Speranza Neto
Departamento de Engenharia Mecânica - PUC-Rio
Rua Marquês de São Vicente, 225, Gávea - CEP 22453-900 - Rio de Janeiro - RJ

Resumo. *Neste trabalho são apresentados modelos para a dinâmica vertical e lateral de veículos terrestres desenvolvidos a partir de um procedimento de acoplamento baseado no fluxo de potência, na qual se estabelece uma forma computacional de representação e não se determina o modelo do sistema resultante na sua forma fechada. Um programa de simulação comercial é empregado para obtenção destes modelos.*

Palavras-chave: *Dinâmica de Veículos, Suspensões Passivas, Dinâmica de Sistemas, Acoplamento de Modelos.*

1. INTRODUÇÃO

Nos últimos anos, muitos trabalhos na área de dinâmica veicular vêem sendo produzidos, entretanto poucos tratam o acoplamento das dinâmicas vertical e lateral. Neste artigo apresenta-se o emprego de um procedimento de acoplamento de modelos de estado, através das variáveis de potência (esforço e fluxo generalizados), para a análise da interação entre as dinâmicas vertical e lateral de um veículo terrestre.

Os modelos lineares individuais, que caracterizam cada uma das dinâmicas são apresentados, assim como o acoplamento não-linear existente entre elas. Emprega-se o procedimento de acoplamento, verificando-se a compatibilidade entre as variáveis de potência de entrada e saída de cada modelo individual, e o modelo resultante, na sua forma computacional é descrito. Nesta metodologia não se obtém as equações que descrevem o comportamento do sistema completo na sua forma fechada.

Utiliza-se o programa comercial Simulink/Matlab para a obtenção e simulação do modelo resultante, determinando-se assim a sua potencialidade para o emprego proposto, ou seja, como ferramenta de simulação para modelos desenvolvidos pela metodologia de acoplamento através do fluxo de potência.

2. PROCEDIMENTO DE MODELAGEM

Este trabalho utiliza uma metodologia descrita em Brandão (1999) e Speranza Neto (1999) para a modelagem de sistemas complexos, que se baseia na idéia do fluxo de potência e da causalidade, como nos Grafos de Ligação (Karnopp et. al, 1990). Empregando esta metodologia são desenvolvidos modelos simples de subconjuntos que irão compor o sistema complexo a ser estudado. A preocupação básica deste método é o desenvolvimento de blocos que possuam entrada e saída padrão, de tal forma a não dificultar os seus acoplamentos. Completada a modelagem dos subconjuntos, estes devem ser acoplados para a obtenção do modelo completo do sistema. Como as entradas e saídas estão padronizadas, para um correto acoplamento, deve-se apenas observar se este é fisicamente possível, ou seja, se não há conflito de causalidade entre os subconjuntos conectados. São apresentados a seguir os módulos básicos e nos próximos itens são realizados os acoplamentos dessas unidades fundamentais para a simulação de modelos complexos.

2.1. Modelo mola-amortecedor em paralelo

Este é o modelo adotado para uma suspensão passiva, onde k é a rigidez da mola e b é a dissipação do amortecedor, sendo que estes elementos podem ser não lineares. Também pode ser utilizado como modelo da barra anti-rolagem.

As Figuras 1, 2 e 3 representam o modelo mola-amortecedor em paralelo, podendo ser observadas a modelagem física, a representação do fluxo de potência e causalidade e a sua forma de utilização no Simulink/Matlab. Nestas figuras aparecem três tipos de setas, que possuem significado próprio. A seta vazada (⟶▷), Figura 1, representa uma grandeza física (velocidade ou força). A meia seta (⇀) da Figura 2, representa o fluxo de potência de entrada e/ou saída do bloco elementar. A seta cheia (⟶▶), apresentada na Figura 3, simboliza o fluxo de sinal utilizado pelo Matlab/Simulink. Eventualmente um outro tipo de seta (⟶) será utilizado indicando o fluxo de sinal. Esta simbologia é empregada ao longo de todo o texto.

Baseado no fluxo de potência (Speranza Neto, 1999) e na causalidade (Karnopp et. al, 1990), apresentadas na Figura 2, verifica-se que pela porta 1 entra a velocidade V_1, e sai força a F_1. Já pela porta 2, entra a velocidade V_2 e sai a força F_2.

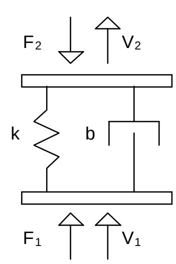

Figura 1- Modelo físico adotado para o sistema mola-amortecedor

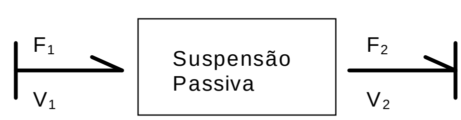

Figura 2 - Esquema que representa o fluxo de potência e causalidade

As equações de estado que descrevem este modelo de mola-amortecedor em paralelo são dadas por

$$\left[\dot{F}_m\right]=\left[k \quad -k\right].\begin{bmatrix}V_1\\V_2\end{bmatrix} \qquad \text{e} \qquad \begin{bmatrix}F_1\\F_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\-1\end{bmatrix}.\left[F_m\right]+\begin{bmatrix}b & -b\\-b & b\end{bmatrix}.\begin{bmatrix}V_1\\V_2\end{bmatrix} \tag{1}$$

onde

F_m - força da mola,
F_1 - força de saída pela porta 1,
F_2 - força de saída pela porta 2,
V_1 - velocidade de entrada pela porta 1,
V_2 - velocidade de entrada pela porta 2.

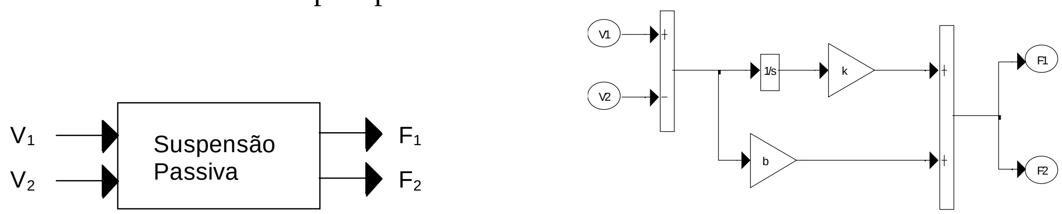

Figura 3- Modelo na forma do programa Simulink/Matlab e sua visão explodida

2.2. Modelo massa-mola-amortecedor

O modelo adotado para a dinâmica vertical do pneu é apresentado a seguir. Neste modelo k é a rigidez axial do pneu, b é o amortecimento axial do pneu e m é a massa do pneu. As Figuras 4, 5 e 6 representam, respectivamente, o modelo físico, o esquema de fluxo de potência e causalidade, e o modelo adaptado para o Simulink/Matlab. Baseado no fluxo de potência e na causalidade apresentados na Figura 5, tem-se que pela porta 1 entra a velocidade V_1, e sai a força F_1 e pela porta 2, entra a força F_2. e sai a velocidade V_2.

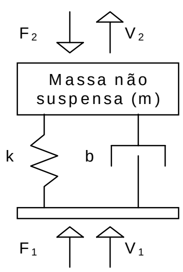

Figura 4- Modelo físico para o massa-mola-amortecedor

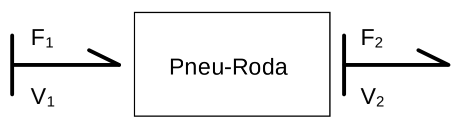

Figura 5- Esquema com fluxo de potência e a causalidade

As equações de estado para este modelo de massa-mola-amortecedor são

$$\begin{bmatrix} \dot{v}_2 \\ \dot{F}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -b/m & 1/m \\ -k & 0 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} v_2 \\ F_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1/m & b/m \\ 0 & k \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} F_2 \\ v_1 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \begin{bmatrix} v_2 \\ F_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -b & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} v_2 \\ F_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} F_2 \\ v_1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

onde

F_m - força da mola,
F_1 - força que saída pela porta 1,
F_2 - força que entra pela porta 2,
V_1 - velocidade que entrada pela porta 1,
V_2 - velocidade que saí pela porta 2.

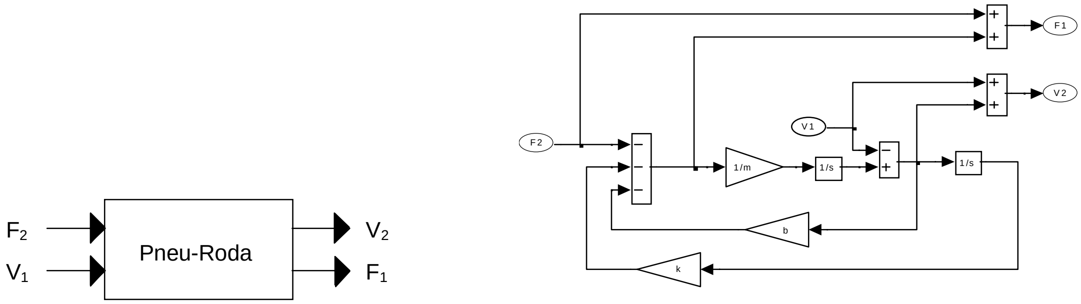

Figura 6- Modelo utilizado no programa Simulink/Matlab

2.3. Modelo de corpo rígido com 3 graus de liberdade

Este modelo de corpo rígido, representado nas Figuras 7, 8 e 9, contempla os graus de liberdade de arfagem, rolagem e de deslocamento vertical, e tem como parâmetros: a massa suspensa (M), momento de inércia em relação ao eixo x e em relação ao eixo y (J_x, J_y), distância do centro de massa ao eixo dianteiro (a) e ao traseiro (b), bitolas dianteira (c_d) e traseira (c_t), altura do centro de massa (h).

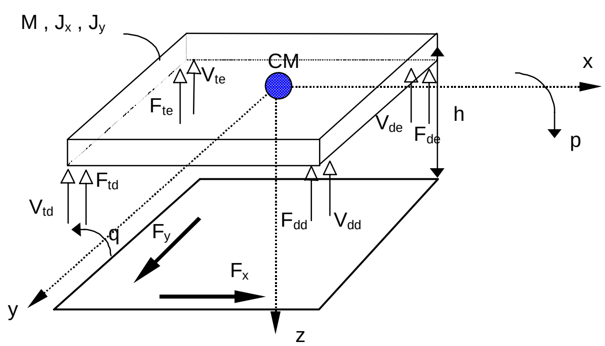

Figura 7- Modelo físico de corpo rígido 3D com três graus de liberdade.

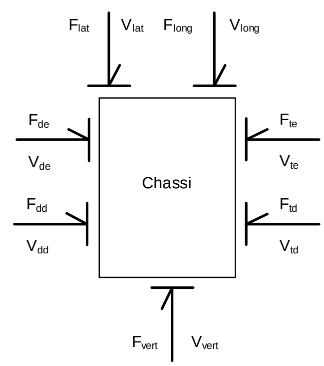

Figura 8- Esquema que representa a causalidade e o fluxo de potência.

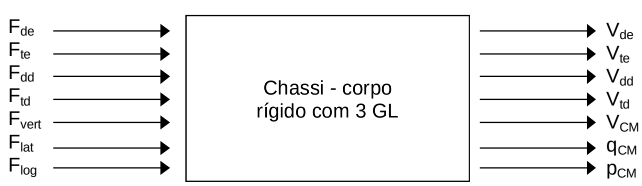

Figura 9- Modelo utilizado no programa Simulink/Matlab

As equações de estado deste modelo relacionam as forças de entrada, atuantes nos pontos de fixação da suspensão - F_{de}, F_{te}, F_{dd}, F_{td} - e as atuantes diretamente no centro de massa do veículo - $F_{vertical}$, $F_{lateral}$, $F_{longitudinal}$ -, com as velocidades no centro de massa, vertical (w), rolagem (p) e arfagem (q) e as velocidades dos pontos de fixação do chassi à suspensão - z_{de}, z_{te}, z_{dd}, z_{td}. O sistema de equações que define este modelo de três graus de liberdade é o seguinte

$$\begin{bmatrix} \dot{w} \\ \dot{q} \\ \dot{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/m & 1/m & 1/m & 1/m & -1/m & 0 & 0 \\ a/Jx & -b/Jy & a/Jx & -b/Jy & 0 & 0 & h/Jy \\ (c_d/2)/Jx & (c_t/2)/Jx & -(c_d/2)/Jx & -(c_t/2)/Jx & 0 & -h/Jx & 0 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} F_{de} \\ F_{te} \\ F_{dd} \\ F_{td} \\ F_{vertical} \\ F_{lateral} \\ F \end{bmatrix} \quad e \quad \begin{bmatrix} \dot{z}_{de} \\ \dot{z}_{te} \\ \dot{z}_{dd} \\ \dot{z}_{td} \\ \dot{z}_{CM} \\ q_{CM} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & a & c_d/2 \\ 1 & -b & c_t/2 \\ 1 & a & -c_d/2 \\ 1 & -b & -c_t/2 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} w \\ q \\ p \end{bmatrix} \qquad (3)$$

3. DINÂMICA VERTICAL

O modelo proposto para a dinâmica vertical baseia-se no apresentado em Martinez (1991), possuindo sete graus de liberdade que contemplam o deslocamento vertical das quatro massas não suspensas (roda e pneu) e mais os movimentos de rolagem, arfagem e deslocamento vertical da massa suspensa (chassi).

A Figura 10 ilustra o modelo físico proposto, onde é possível observar as massas não suspensas, a massa suspensa e os componentes das suspensões, como molas e amortecedores. A parte inferior do desenho representa o modelo dos pneus, onde se considera a massa da roda e do pneu (massa não suspensa), a rigidez axial e a dissipação do pneu. Também é possível observar os parâmetros geométricos deste modelo, como distância dos eixos ao centro de massa, altura do veículo e bitolas dianteira e traseira. O desenvolvimento deste modelo é baseado nas unidades elementares desenvolvidas anteriormente. Neste caso, são utilizados quatro módulos massa-mola-amortecedor que representaram os conjuntos pneu-roda, quatro módulos mola-amortecedor que representaram a suspensão de cada roda e um módulo que representa a dinâmica de corpo rígido tridimensional do chassi. A Figura 11 mostra como os módulos elementares escolhidos para compor o modelo são conectados, levando-se em consideração o fluxo de potência e causalidade entre eles.

A Figura 12 é a representação do modelo no programa Simulink/Matlab. Nesta Figura é possível identificar os módulos que caracterizam os conjuntos roda-pneu, as suspensões e o chassi. Também é possível observar a fonte de excitação de base e o módulo de saída, onde é gerado um arquivo de dados para cada simulação.

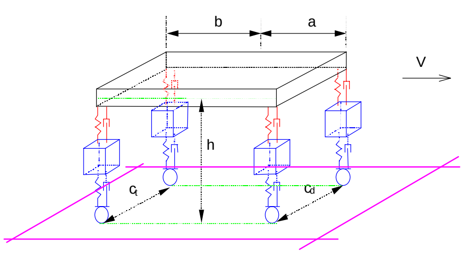

Figura 10- Modelo físico do veículo

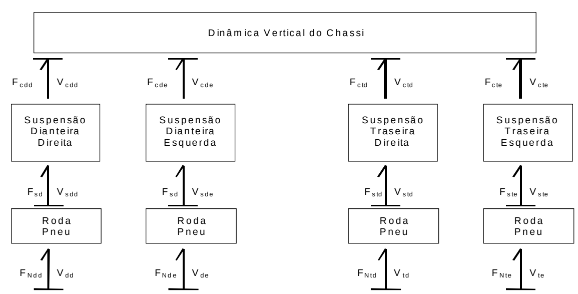

Figura 11- Representação modular do modelo

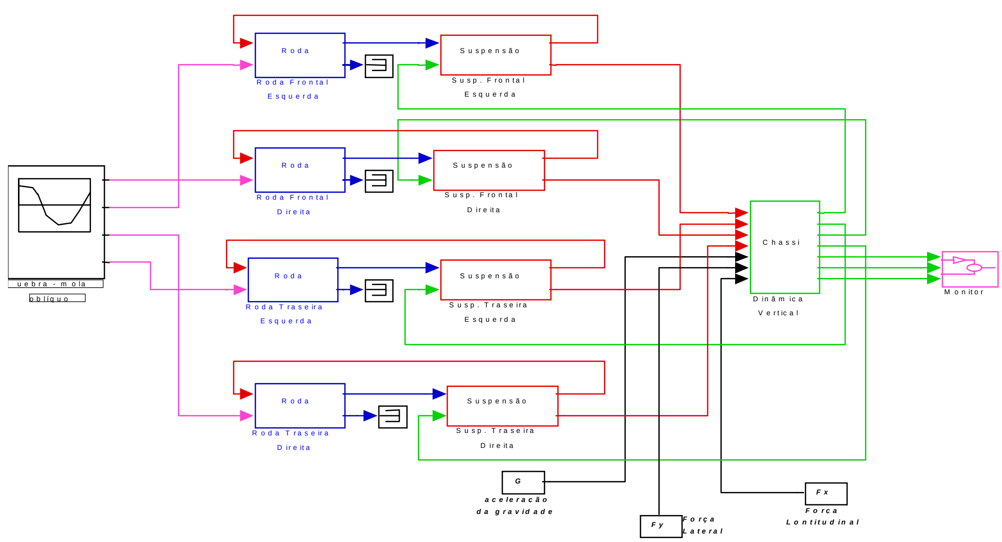

Figura 12- Representação do Simulink/Matlab para o modelo de sete graus de liberdade

4. DINÂMICA LATERAL

O modelo desenvolvido nesta etapa permite a análise da trajetória e da atitude do veículo quando este muda de direção. Este modelo teve como base o apresentado por Gillespie (1992), onde se afirma que um veículo realiza uma curva em baixa velocidade respeitando a geometria de Ackerman. Assim quando não há deslizamento nos pneus, apenas rolamento, o veículo possui uma atitude neutra com respeito ao esterçamento, e o centro instantâneo de rotação (CIR) é único, o que permite definir os ângulos de esterçamento dos pneus dianteiros a partir de

$$\delta_e = \arctan\left(\frac{L}{R + t/2}\right) \text{ e } \qquad \delta_d = \arctan\left(\frac{L}{R - t/2}\right) \tag{4}$$

onde

δ_e e δ_d são os ângulos de esterçamento dos pneus dianteiros esquerdo e direito, respectivamente; t é a distância entre os pinos mestres das rodas dianteiras; L é a distância entre eixos; R é o raio da curva descrita ou a ser descrita pelo veículo.

Em Brandão (1999) diz-se que ao se submeter um pneu de bordas flexíveis a uma mudança de direção surge uma força lateral que ajuda ao veículo realizar a curva. A força lateral gerada está diretamente ligada ao ângulo de desvio, ou deriva, do pneu, conforme é verificado na Figura 13. Um modelo linear para esta relação é dado por: $F_y = C_\alpha \cdot \alpha$, onde C_α é a rigidez ao esterçamento, e α é o ângulo de desvio. Partindo do equilíbrio de forças e momentos para um veículo em curva, tem-se que o modelo para a dinâmica lateral de um veículo é representado pelo seguinte sistema de equações :

$$\begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A1 & A3 \\ A2 & A4 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} v \\ r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{dd} & C_{de} & C_{td} & C_{te} \\ a.C_{dd} & -a.C_{de} & -b.C_{td} & b.C_{te} \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} \delta_{dd} \\ \delta_{de} \\ \delta_{td} \\ \delta_{te} \end{bmatrix} \tag{5}$$

onde

$$A1 = -\frac{C_{dd} + C_{de} + C_{td} + C_{te}}{m.V} \qquad A2 = -\frac{a.(C_{dd} + C_{de}) - b.(C_{td} - C_{te})}{J_z.V}$$

$$A3 = -\frac{a.(C_{dd} + C_{de}) - b.(C_{td} + C_{te}) + m.V^2}{m.V} \qquad A4 = -\frac{a^2.(C_{dd} + C_{de}) + b^2.(C_{td} + C_{te})}{J_z.V}$$

sendo que C_{ij} varia em função do ângulo de desvio e força normal do pneu, como é verificado no gráfico da Figura 13, e V é a velocidade do veículo.

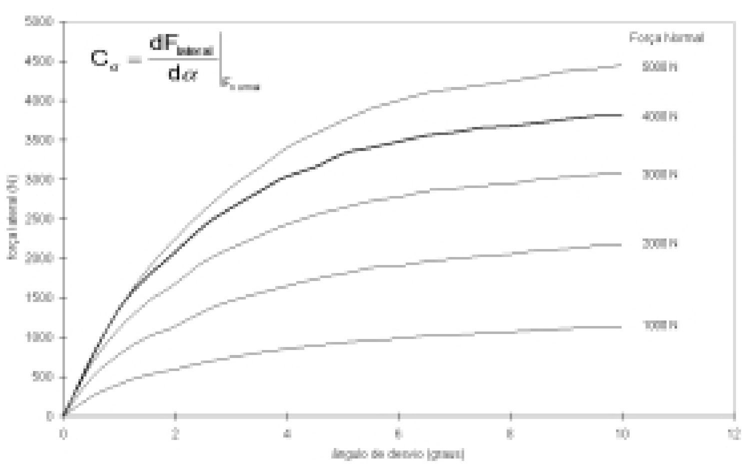

Figura 13- Comportamento de um pneu genérico

É possível determinar a trajetória do veículo transformando os dados que estão no sistema coordenado local, para o sistema coordenado fixo à terra. Esta conversão é dada por

$$\begin{bmatrix} V_x \\ V_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\Psi & -\sin\Psi \\ \sin\Psi & \cos\Psi \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} \tag{6}$$

onde $\Psi = \int r.dt$. Obtém-se a trajetória integrando-se V_x e V_y, ou seja, $X = \int V_x.dt$ e $Y = \int V_y.dt$.

Na Figura 14 é representado o módulo da dinâmica lateral e o transformador de coordenadas. Já a Figura 15 representa o modelo utilizado no Simulink/Matlab. Diferente da dinâmica vertical, este modelo não possui o fluxo de potência com as causalidades, possui apenas um fluxo de sinais, sendo as entradas da dinâmica lateral os sinais de esterçamento das rodas e os coeficientes de rigidez ao esterçamento dos pneus, e os sinais de saídas são as velocidades características desta dinâmica. Esta conceito de fluxo de sinais para o procedimento adotado no desenvolvimento do modelo é explicado em Speranza Neto (1999).

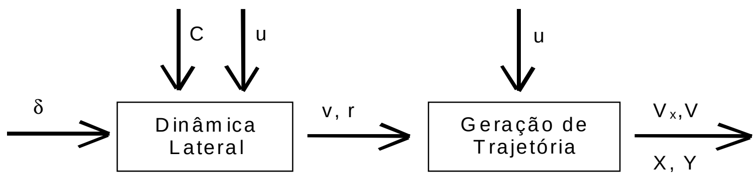

Figura 14- Representação modular do modelo desenvolvido.

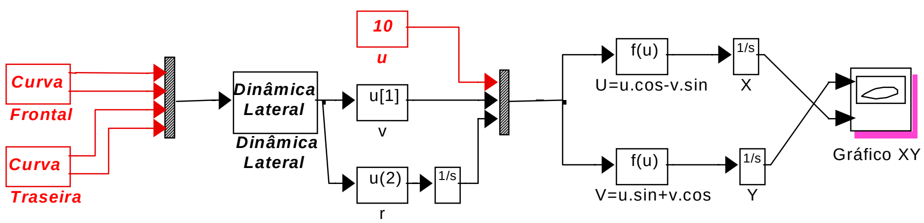

Figura 15- Representação do Simulink/Matlab para o modelo da dinâmica lateral.

5. ACOPLAMENTO DAS DINÂMICAS VERTICAL E LATERAL

Até aqui as dinâmicas vertical e lateral foram tratadas separadamente. Nesta seção estuda-se o acoplamento destas duas dinâmicas, sendo que as hipóteses admitidas para os modelos de dinâmica vertical e lateral continuam válidas. A interação entre estas dinâmicas ocorre de duas formas, através do contato entre o pneu e o solo, e através da força lateral gerada pela realização de uma curva.

O cerne do acoplamento se dá através dos pneus, devido à característica elástica que este possui. Dado um esterçamento ao pneu, a banda de rodagem descreve uma trajetória que não coincide com a realizada pelo plano da roda. Esta deformação, avaliada a partir do ângulo de desvio, faz com que surja uma força lateral que depende diretamente de mais dois fatores, do modo como a superfície do pneu interage com o solo - limitada pelo coeficiente de atrito entre elas - e da força normal nos pneus. Esta relação pode ser observada no gráfico da Figura 13. A segunda forma pela qual se dá o acoplamento das dinâmicas, a força lateral, é responsável por um acréscimo no movimento de rolagem do veículo, afetando diretamente a distribuição dos esforços normais nos pneus, e por conseguinte a força lateral total.

A Figura 16 mostra como é modelada a interação das duas dinâmicas. Também é possível observar a grande facilidade de acoplamento dos dois modelos de dinâmica -

lateral e vertical - devido à modularidade e como ocorre o fluxo de potência. Para o acoplamento das duas dinâmicas bastou que fosse desenvolvida uma interface que relacionasse as dinâmicas. O módulo, que representa o acoplamento devido a interação pneu-solo, tem como entradas o sinal do ângulo de desvio do pneu, proveniente da dinâmica lateral, e o esforço normal, oriundo da dinâmica vertical. Obtém-se deste módulo a força lateral que influencia o movimento de rolagem do chassi, e os coeficientes de rigidez ao esterçamento, que são algumas das entradas da dinâmica lateral. Os blocos hachurados correspondem aos sinais externos: o esterçamento de cada roda e a velocidade vertical imposta pelo solo no pneu (excitação de base).

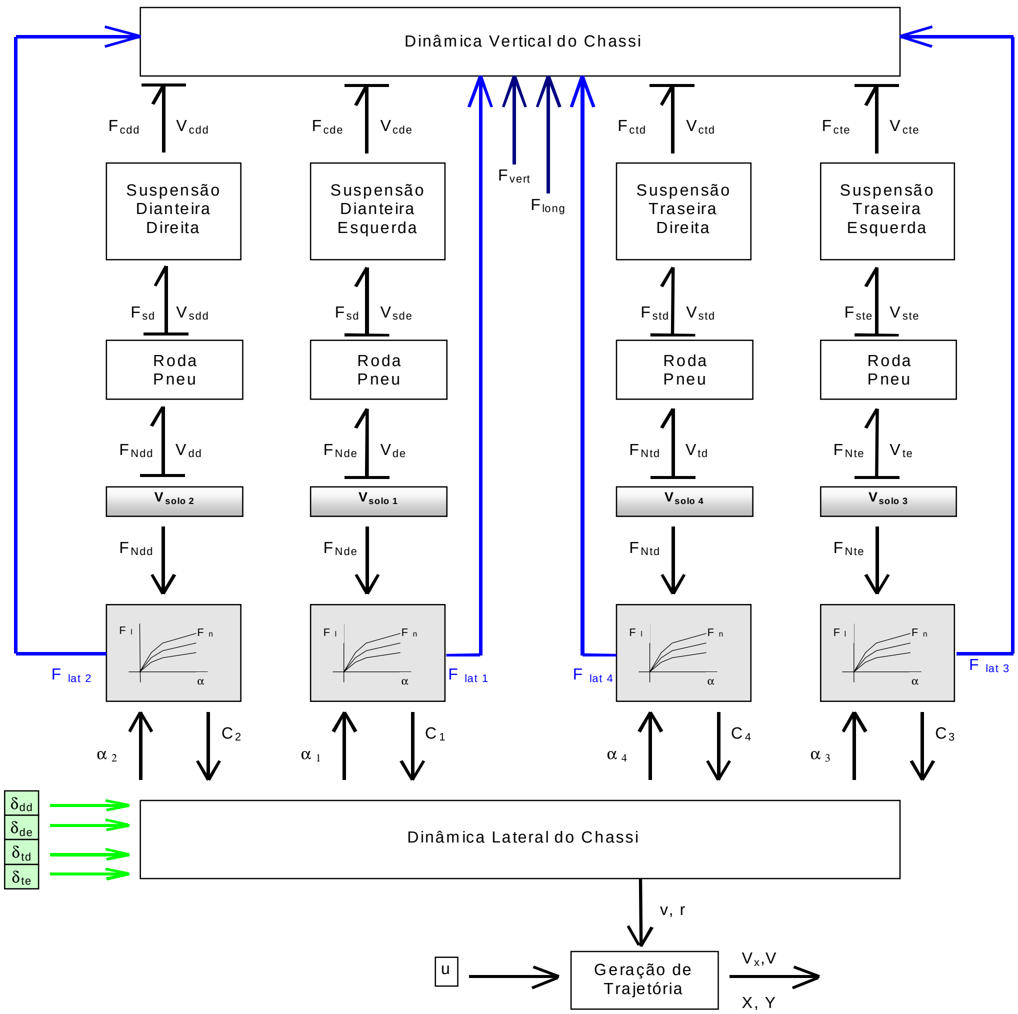

Figura 16- Representação do modelo desenvolvido na forma de blocos onde é caracterizado o fluxo de potência e a causalidade dos elementos.

6. SIMULAÇÃO

A fim de analisar o comportamento do modelo apresentado na Figura 16, várias condições de esterçamento podem ser propostas, dentre as quais aquela descrita na Figura 17. Neste caso a roda dianteira direita é esterçada segundo uma senóide com amplitude igual a 0,15 radianos, freqüência de 1 radiano por segundo, defasagem nula e tempo de corte igual a 5 segundos. O ângulo de esteçamento da roda dianteira esquerda é obtido a partir da Equação 5 apresentada no desenvolvimento da dinâmica lateral. Os parâmetros empregados encontram-se na Tabela 1.

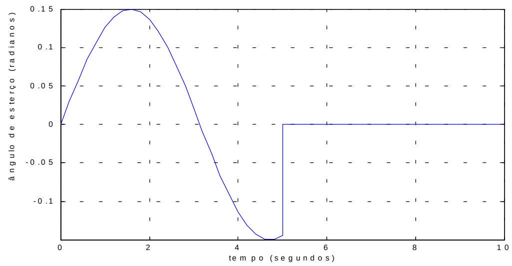

Figura 17- Ângulo de esterçamento da roda dianteira direita em função do tempo.

As Figuras 18 e 19 mostram a resposta do veículo deslocando-se a uma velocidade constante de 120 km/h. Baseado nestes gráficos é possível afirmar que utilizando o pneu aqui denominado de P6 o veículo obteve reações mais estáveis quando comparadas aquelas obtidas com o pneu aqui chamado de P2. Este ganho na estabilidade é melhor visualizado ao se analisar os ângulos de guinada e rolagem. A Figura 20 representa a sobreposição das trajetórias do veículo utilizando os dois tipos de pneus. Observa-se, neste gráfico, que o P6 responde prontamente à entrada, enquanto o P2 não é tão eficiente.

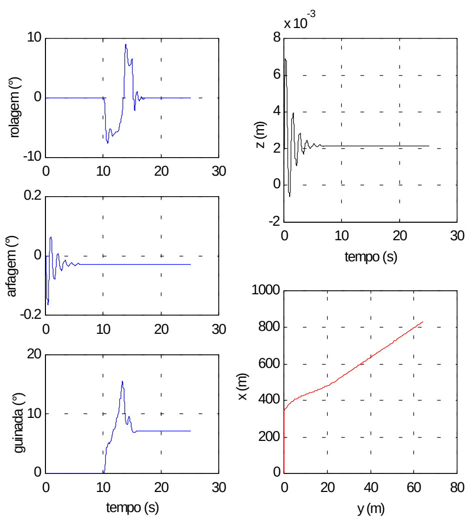

Figura 18- Resposta para o pneu P2.

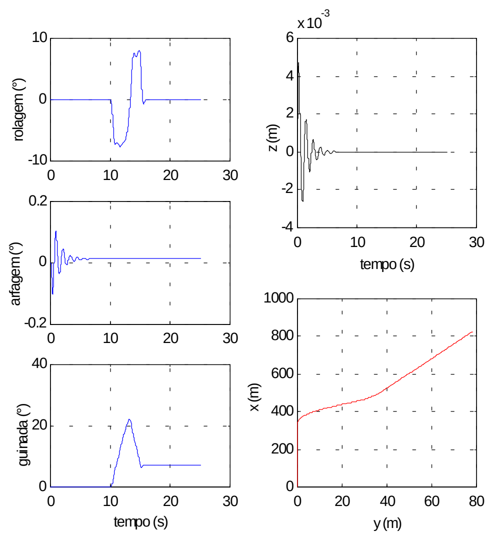

Figura 19- Resposta para o pneu P6.

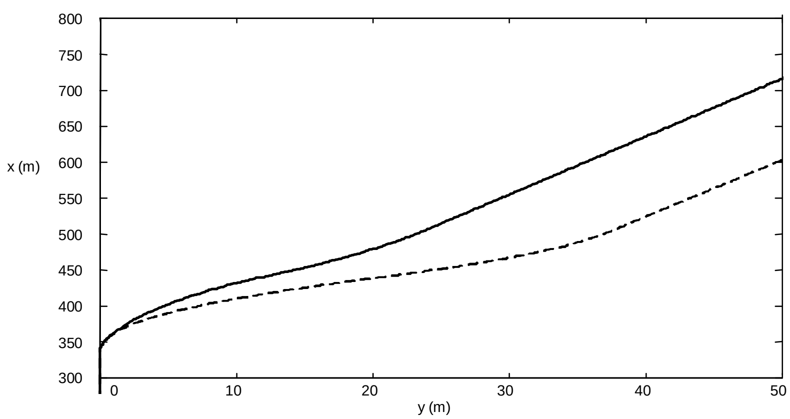

Figura 20 - Sobreposição das trajetórias do veículo com pneu P2 (….) e P6 (___).

Tabela 1. Parâmetros utilizados para a simulação.

Parâmetro	Simbologia	Valor
Dist. Do CG ao eixo dianteira	a	0,580 m
Dist. Do CG ao eixo traseira	b	1,960 m
Bitola dianteira	c_d	1,475 m
Bitola traseira	c_t	1,430 m
Altura do CG	h	0,508 m
Massa do veículo	m	1270 kg
Momento de inércia - eixo X	J_x	762 kg.m^2
Momento de inércia - eixo Y	J_y	1397 kg.m^2
Momento de inércia - eixo Z	J_z	1448 kg.m^2
Massa da roda + pneu P2	M_r	16,32 kg
Rigidez axial do pneu P2	k_r	160.000 N/m
Dissipação do pneu P2	b_r	2000 N.s/m
Massa da roda + pneu P6	M_r	18,21 kg
Rigidez axial do pneu P6	k_r	175.000 N/m
Dissipação do pneu P6	b_r	2000 N.s/m

REFERÊNCIAS

Brandão, F.T.V., 1999, Influência da suspensão na dirigibilidade e estabilidade de veículos em curva, Dissertação de Mestrado, DEM/PUC-Rio.

Gillespie, T.D., 1992, Fundamentals of Vehicle Dynamics, SAE.

Karnopp, D.C., Margolis, D.L., Rosenberg, R.C., 1990, System Dynamics: A Unified Approach, 2nd Edition, John Wiley & Sons.

Martinez, J.F, 1991, Modelos para análise do comportamento dinâmico de veículos sobre suspensão, Dissertação de Mestrado, DEMM/IME.

Speranza Neto, M., 1999, Procedimento para Acoplamento de Modelos Dinâmicos através do Fluxo de Potência, submetido ao COBEM 99.

__________, 1996, MATLAB 5.0 User’s Guide. MathWoks Inc.

GROUND VEHICLES VERTICAL AND LATERAL DYNAMICS COUPLING THROUGH THE POWER FLOW

Abstract. *In this work models of vertical and lateral vehicle dynamics, developed using a coupling procedure based on power flow, are presented, where a computational representation form is achieved and we do not have a closed mathematical model. Commercial simulation software is used to obtain, to solve and to validate these models.*

Keywords: *Vehicle Dynamics, Passive Suspensions, System Dynamics, Models Coupling.*